

ВНУТРЕННИЕ ГРАВИТАЦИОННЫЕ ВОЛНЫ В ОКЕАНЕ С ФОНОВЫМИ СДВИГОВЫМИ ТЕЧЕНИЯМИ

В.В.Булатов, Ю.В.Владимиров

Институт проблем механики им.А.Ю.Ишлинского РАН



Актуальность

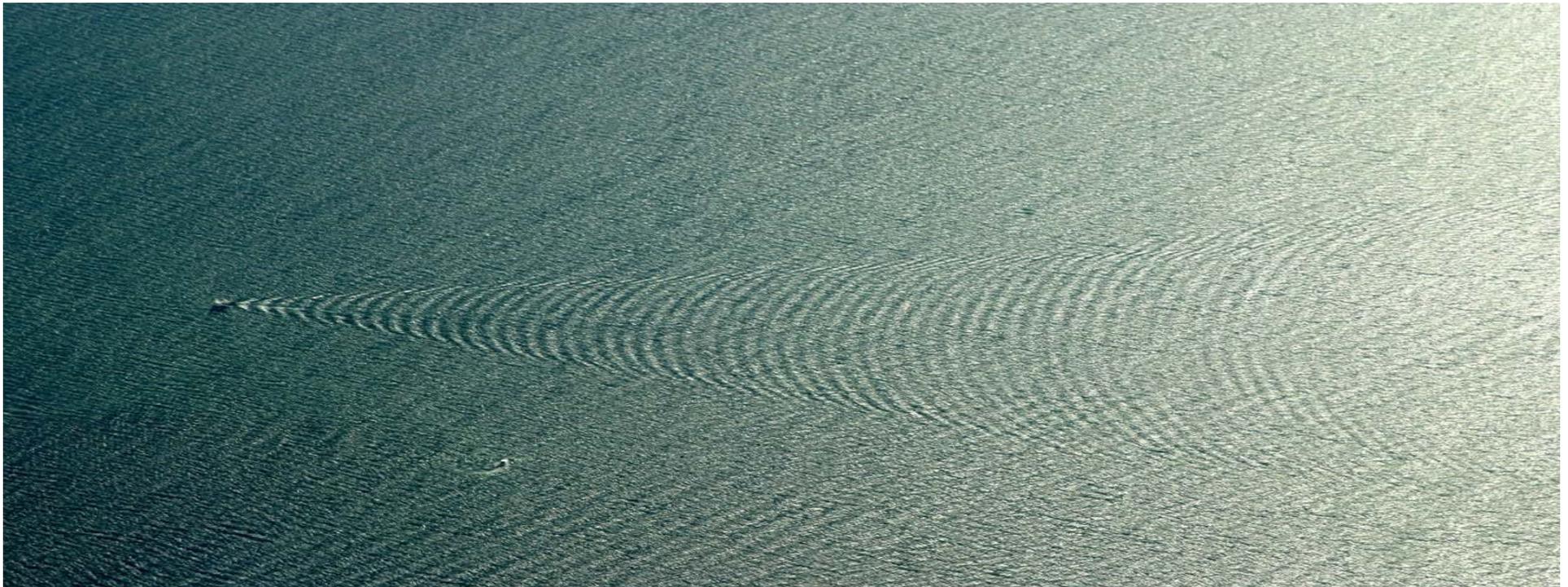
Волновые движения в морской среде могут возникать как вследствие естественных причин (ветровое волнение, обтекание подводных препятствий, изменения рельефа дна, полей плотности и течений), так и порождаться обтеканием искусственных препятствий (платформ, подводных трубопроводов, сложных гидротехнических сооружений).



Актуальность

Система уравнений гидродинамики, описывающая возмущения в общем виде представляет достаточно сложную математическую задачу как в плане доказательств теорем существования и единственности решений, так и с вычислительной точки зрения.

Основные результаты решений задач о генерации волновых возмущений представляются в самой общей интегральной форме. Требуется разработка асимптотических методов их анализа, допускающих качественный анализ и проведение экспресс оценок получаемых решений.



Актуальность

Трехмерность структуры морского волнения играет существенную роль - не имеется возможность проведения масштабных вычислительных экспериментов по моделированию трехмерных океанических течений на больших временах с достаточной точностью.

Первоначальное качественное представление решений можно получить на основе асимптотических моделей и аналитических методов их исследования.

Модельные решения позволяют получить представления волновых полей с учетом изменчивости и нестационарности реальных природных сред.



Актуальность

Результаты асимптотического анализа линейных задач лежат в основе активно развивающейся в настоящее время нелинейной теории генерации океанических волн экстремально большой амплитуды – волн-убийц.



Актуальность

Внутренние гравитационные волны

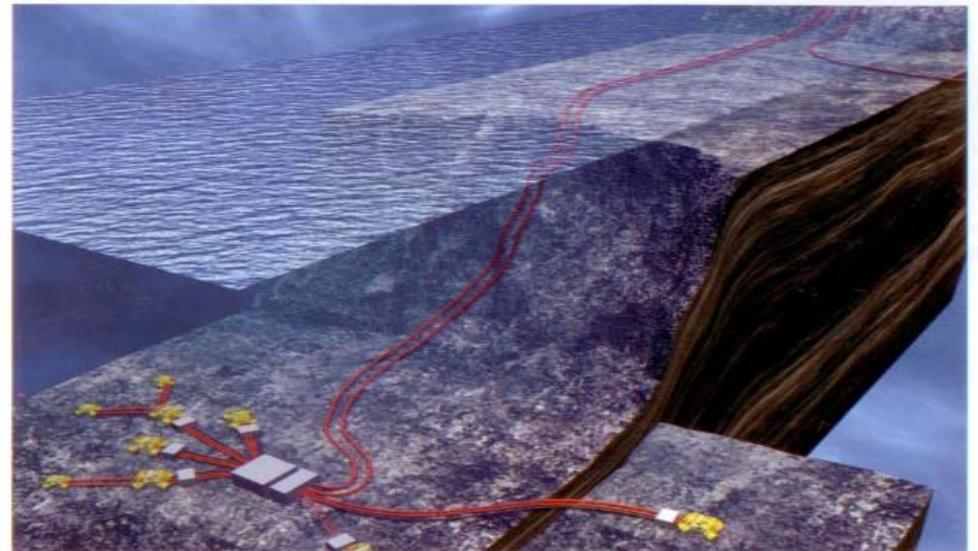
Эффекты в придонном слое: изменение давления на дне, возбуждение турбулентного пограничного слоя, связанного с горизонтальным течением жидкости на дне, транспорт донных осадков (размыв дна, берегов, оснований морских опор).

Специфика внутренних гравитационных волн - большая длина (километры): «достают» до дна даже далеко от берега и могут приводить к размывам опор нефтяных платформ в глубоководных районах.



18.10.97 - ANDAMAN SEA - "STENA CLYDE" LISTING 3° DUE TO SOLITON

Courtesy of Norman Fraser, Photographer and Master Mariner, Queensland, Aus.

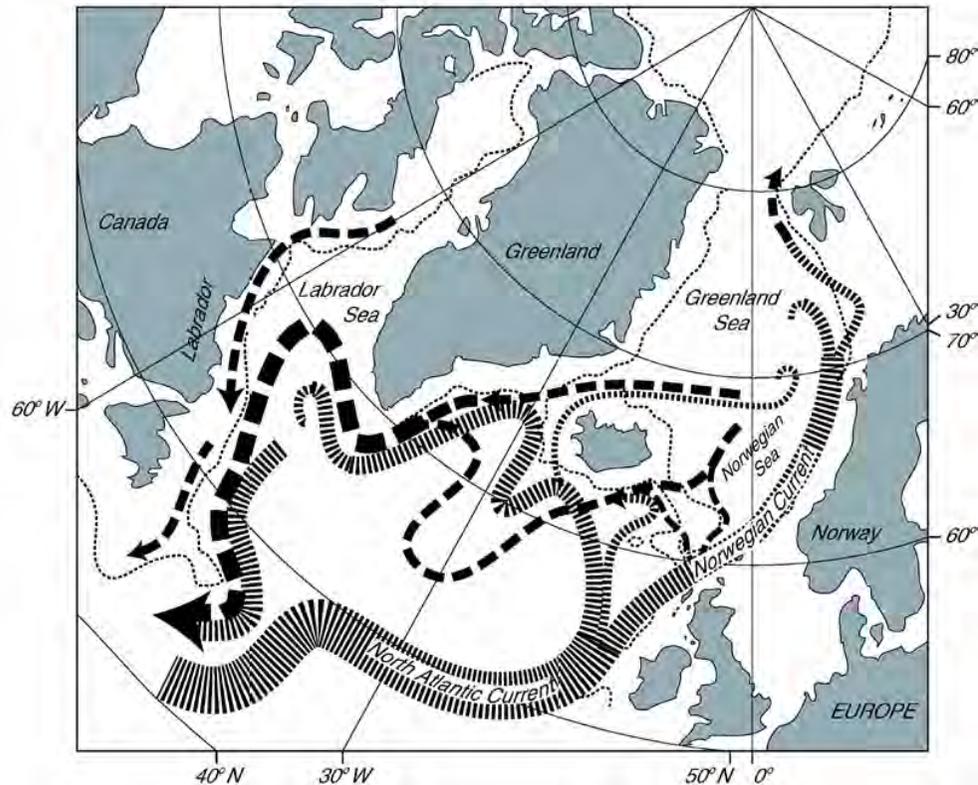


Течения в океане

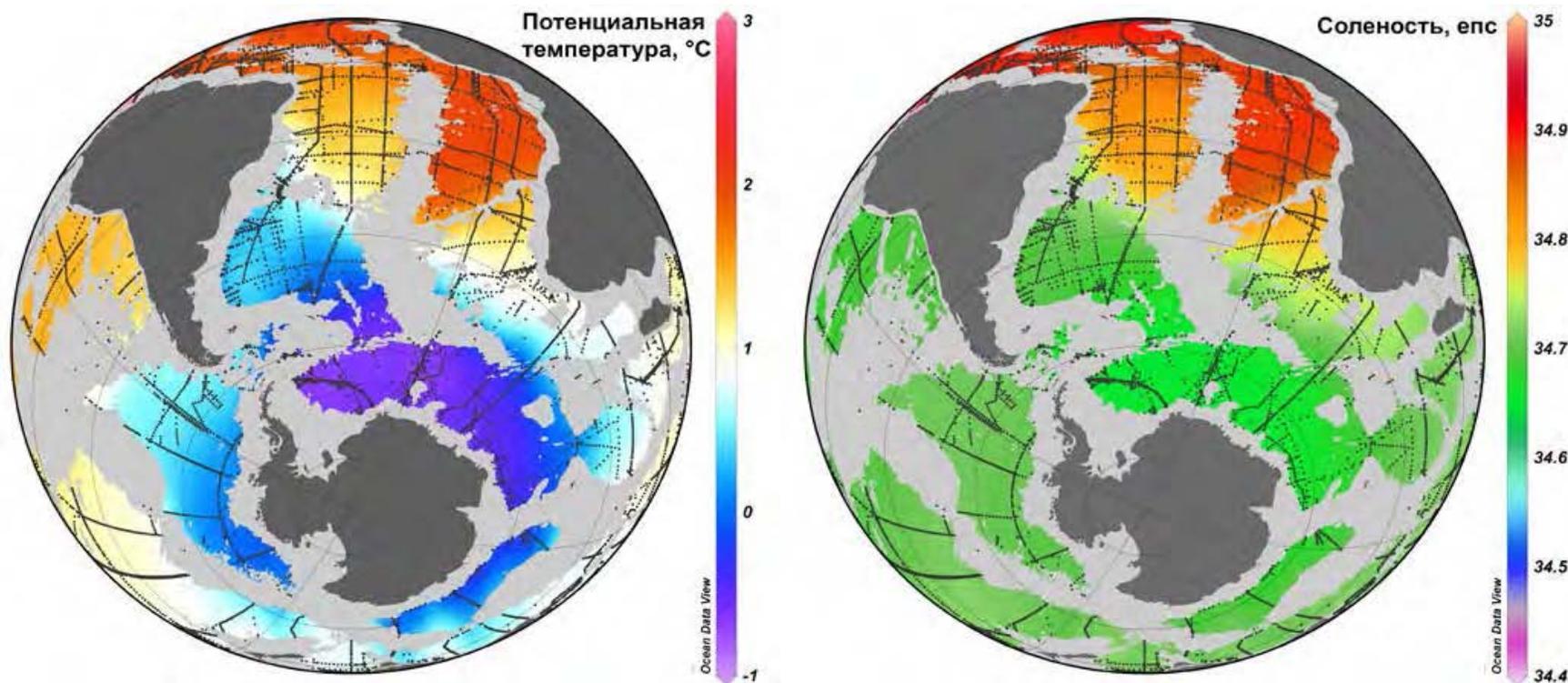
Существующая стратификация Мирового океана и распределение температуры на поверхности Земли определяются неравномерной солнечной инсоляцией: постоянный поток тепла из тропических областей в холодные высокие широты.

Примерно половина этого потока обеспечивается океаном - системой поверхностных и глубинных течений. Теплые поверхностные течения переносят теплые водные массы в полярные регионы: происходит активное охлаждение поверхностных вод. Образующиеся плотные водные массы достигают глубинных слоев океана и распространяются обратно в экваториальном направлении.

Образование льда в высоких широтах повышает соленость вод - увеличение плотности и причина конвекции.

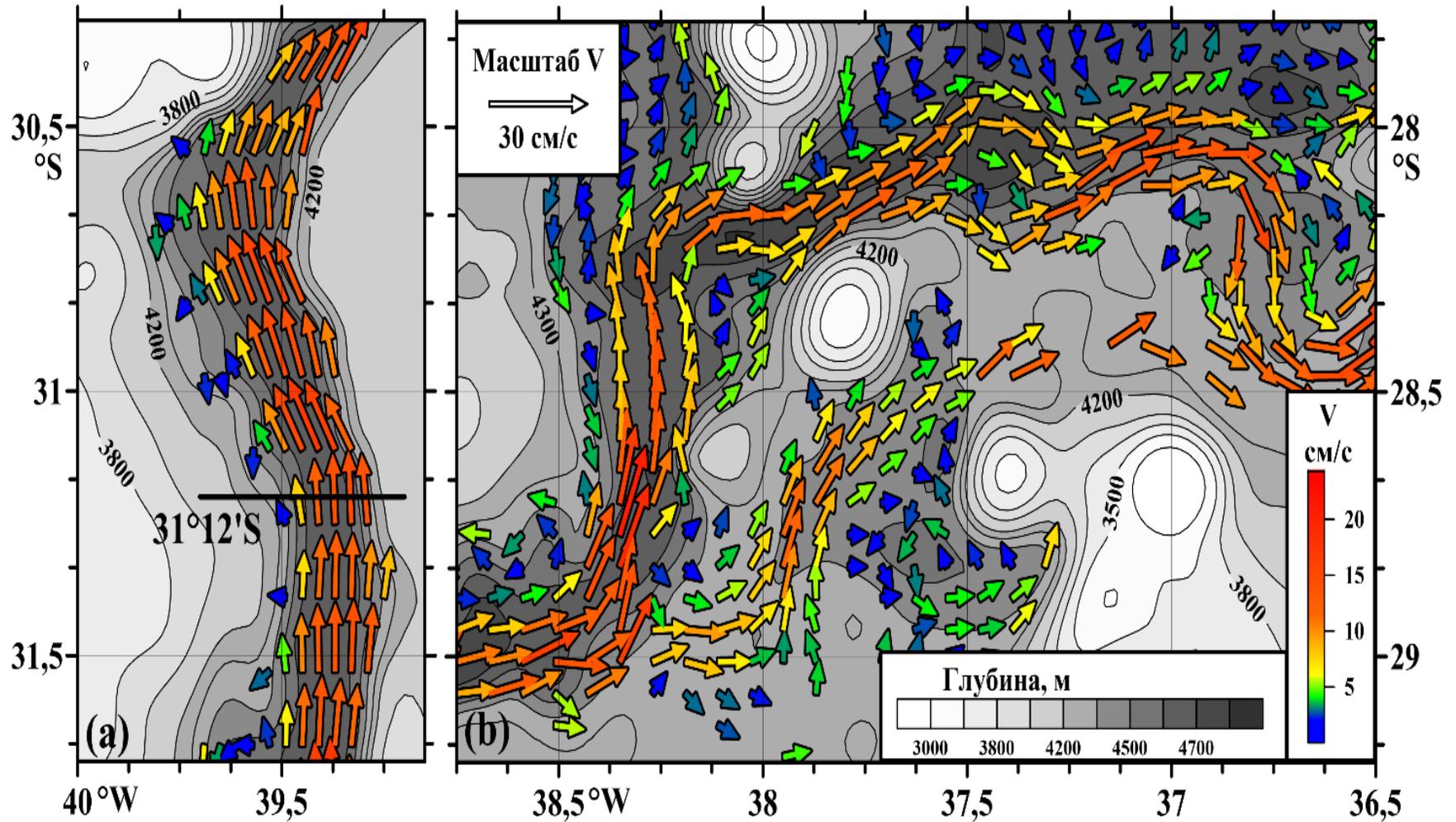


Течения в океане



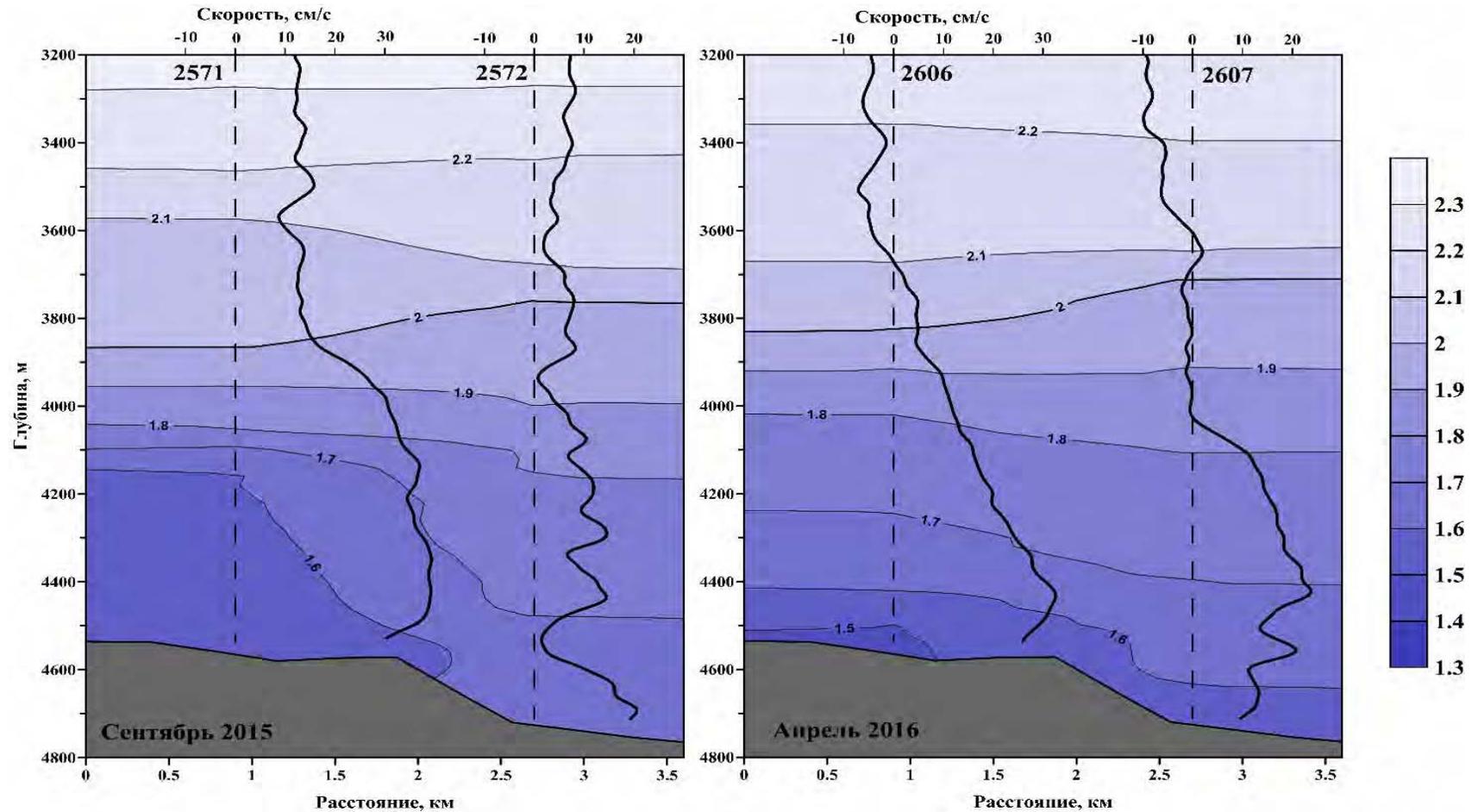
Распределение потенциальной температуры и солёности на глубине 4000 м вокруг Антарктиды и в Южной Атлантике. Построено с использованием Ocean Data View 4 (<http://odv.awi.de>) по данным World Ocean Database 2009 (WOD09).

Видно постепенное увеличение значений термохалинных свойств при продвижении к экватору.



Сдвиговые скорости течения в канале Вима (Атлантический океан)

Течения в океане



Распределение потенциальной температуры и профили сдвиговой скорости течения по глубине (разлом Вима, Атлантический океан)

Внутренние гравитационные волны в океане с течениями

Исходные уравнения

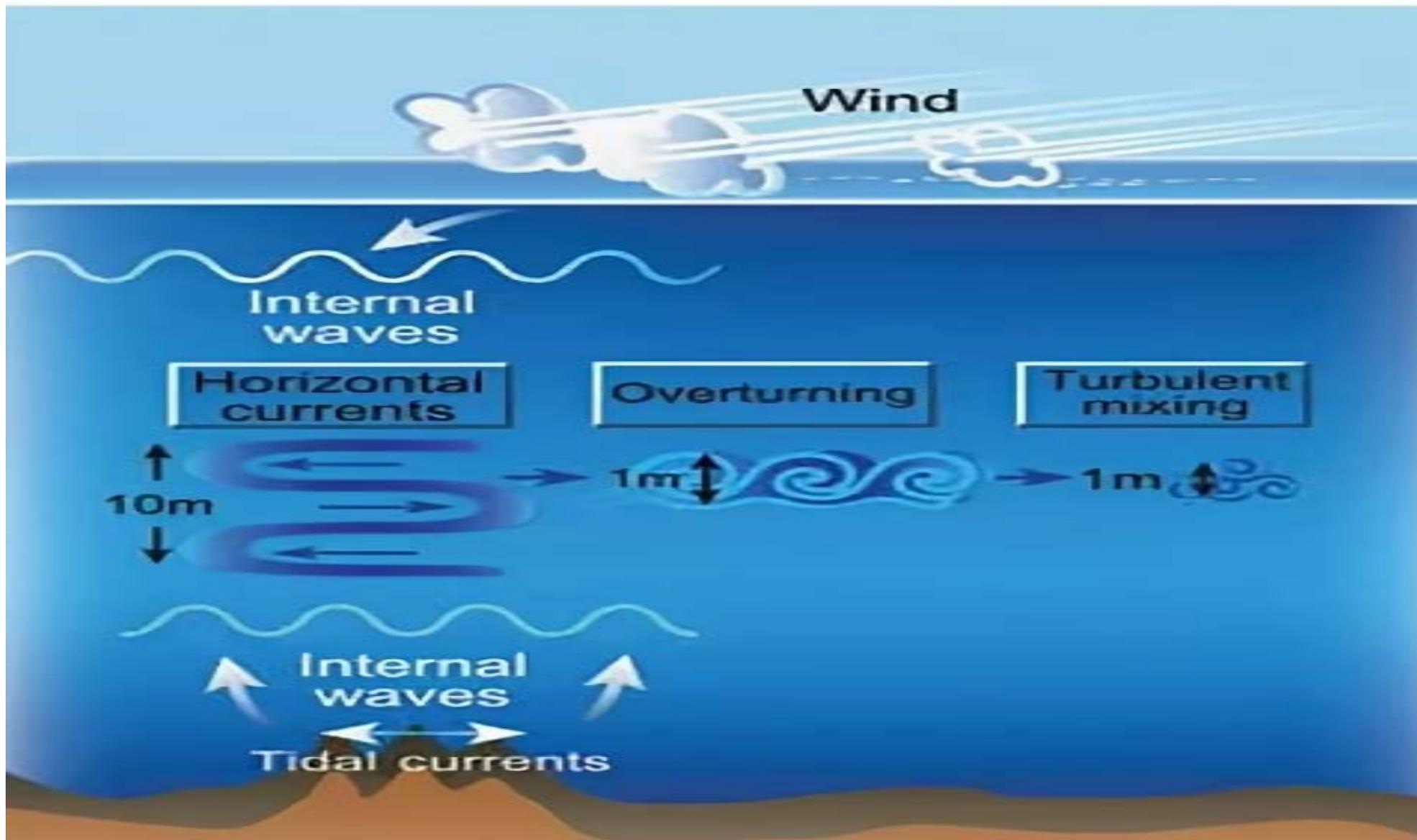
$$\frac{D^2}{Dt^2} \Delta W - \frac{D}{Dt} \left(\frac{d^2 U}{dz^2} \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{d^2 V}{dz^2} \frac{\partial W}{\partial y} \right) + N^2(z) \Delta_2 W = 0$$

$$\Delta_2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad \Delta = \Delta_2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad \frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U(z) \frac{\partial}{\partial x} + V(z) \frac{\partial}{\partial y}$$

$(U(z), V(z))$ - вектор сдвигового течения

$N^2(z) = -\frac{g}{\rho_0(z)} \frac{d\rho_0(z)}{dz}$ - частота Брента-Вяйсяля (частота плавучести)

Устойчивость сдвиговых течений и внутренние гравитационные волны



Устойчивость сдвиговых течений и внутренние гравитационные волны

Большой вертикальный градиент сдвиговых течений велик - течения отдают энергию внутренним гравитационным волнам- неустойчивость

Условие устойчивости Майлса: не существуют неустойчивых собственных волн

Число Ричардсона

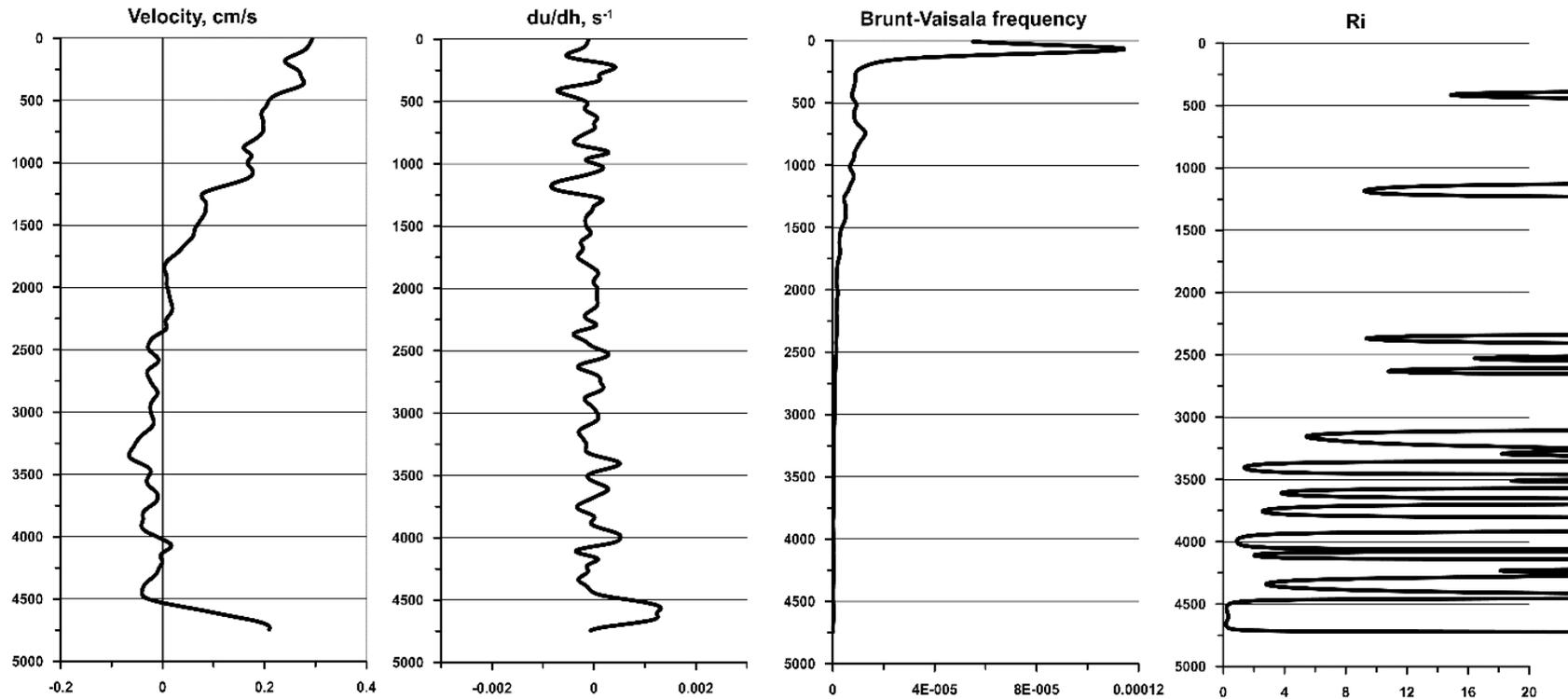
$$Ri = N^2 \left(\frac{dU}{dz} \right)^{-2} > 1/4$$

Стратифицированное течение динамически устойчиво при больших числах Ричардсона $Ri > 0.25$. Сдвиговая неустойчивость может развиваться только в области достаточно малых чисел Ричардсона $Ri < 0.25$.

В океанских течениях может наблюдаться сдвиговая неустойчивость

Скорости и градиенты скоростей в придонных течениях меньше, чем в течениях у поверхности океана: компенсируется более слабой стратификацией и меньшей частотой плавучести в придонных слоях.

Устойчивость сдвиговых течений и внутренние гравитационные волны



Профили скорости, градиента скорости, частоты Вьяйсяля-Брента, чисел Ричардсона в
Западном проходе Восточно-Азорского хребта, Атлантический океан

Внутренние гравитационные волны в океане с течениями

Аналитические решения для модельных распределений параметров гидрологии

Постоянная частота плавучести

$$W(t, x, y, z) = \exp(i\omega t)w(x, y, z)$$

Линейное распределение скорости по глубине

$$w(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} dv \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\mu, \nu, z) \exp(-i(\mu x + \nu y)) d\mu$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + k^2 ((\omega - \mu M(z))^{-2} - 1) \varphi = 0 \quad \varphi(\mu, \nu, 0) = \varphi(\mu, \nu, -\pi) = 0$$

Модифицированная функция Бесселя мнимого индекса

$$f_{1,2}(z) = \sqrt{2\beta(\omega - \mu M(z))} I_{\pm i\lambda}(\beta(\omega - \mu M(z)))$$

Дисперсионные соотношения

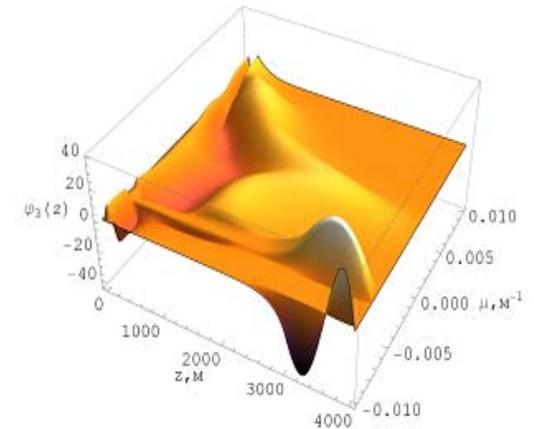
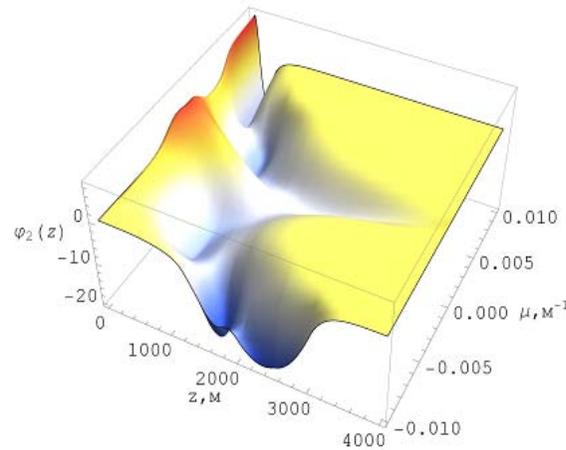
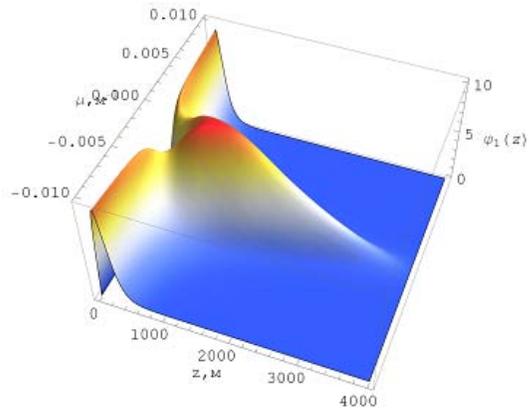
$$I_{i\lambda}(\beta(\omega - \mu M(-\pi))) I_{-i\lambda}(\beta(\omega - \mu M(0))) = I_{-i\lambda}(\beta(\omega - \mu M(-\pi))) I_{i\lambda}(\beta(\omega - \mu M(0)))$$

Внутренние гравитационные волны в океане с течениями

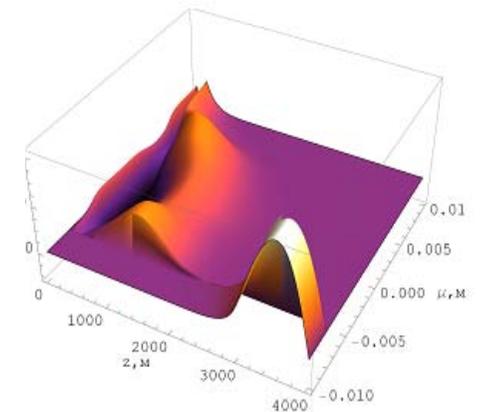
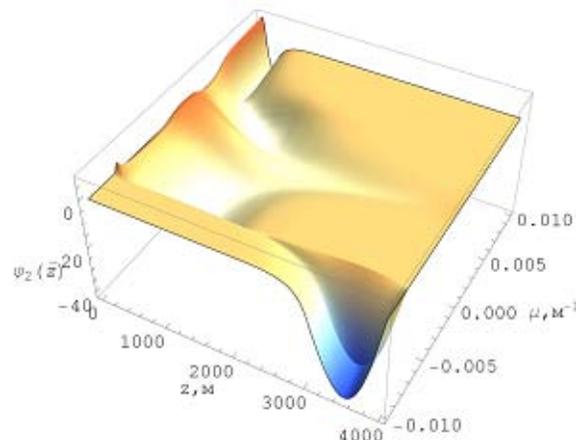
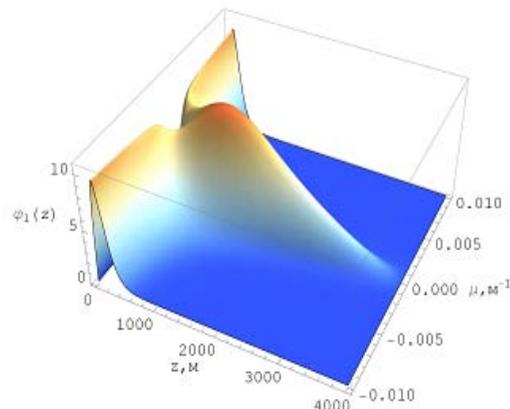
Обоснованность линейной аппроксимация фоновых сдвиговых течений

Собственные функции первых трех мод

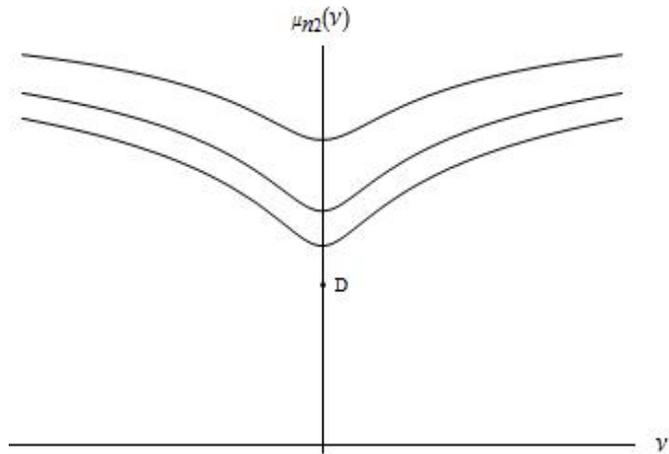
Численный расчет произвольного распределения



Линейная аппроксимация



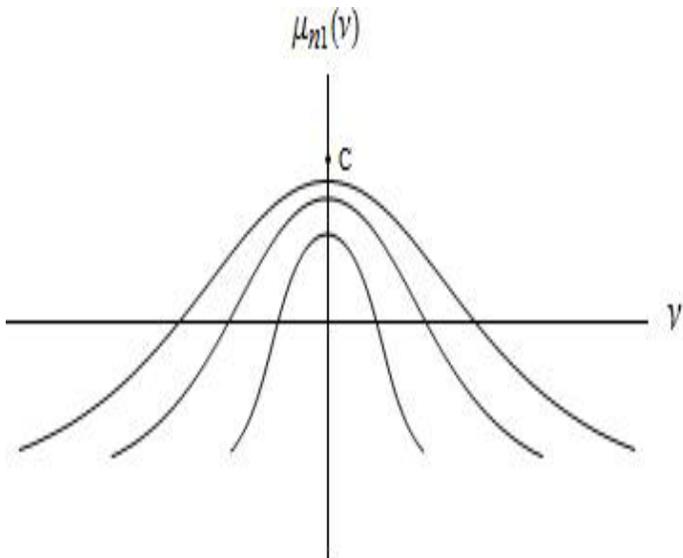
Внутренние гравитационные волны в океане с течениями



Дисперсионные кривые

Первый тип

Дисперсионные кривые пересекают ось абсцисс, угол полураствора волнового клина меньше 90° . Волновая картина - система клиновидных и поперечных волновых пакетов. Фазовая структура - вложенные внутри волновых клиньев криволинейные треугольники, обращенные вершиной к началу координат.



Второй тип

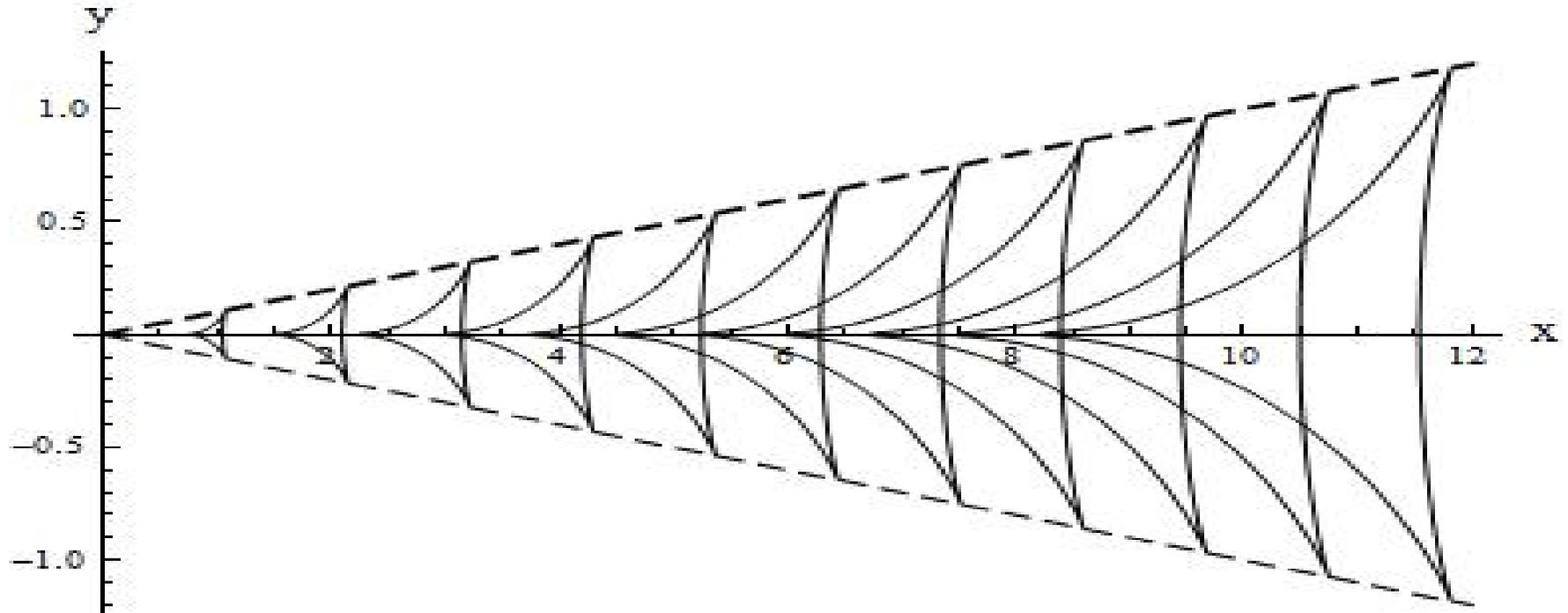
Дисперсионные кривые расположены всегда выше оси абсцисс. Волновая картина - система клиновидных и продольных волн с простой фазовой структурой. Угол полураствора клина волн второго типа всегда меньше, чем угол полураствора клина волн первого типа.

Внутренние гравитационные волны в океане с течениями

Линии равной фазы

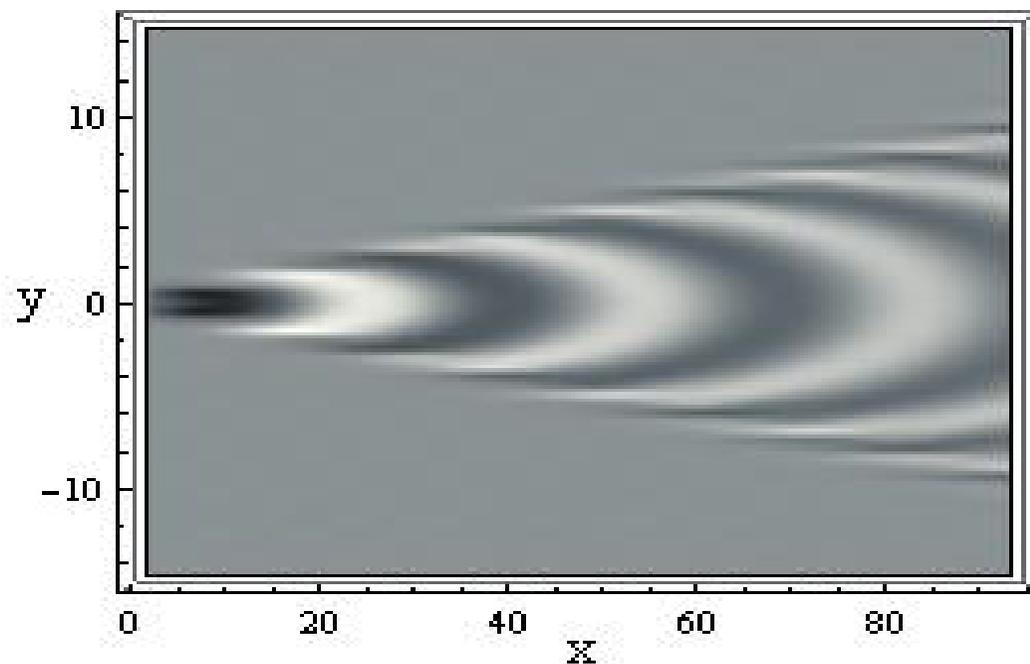
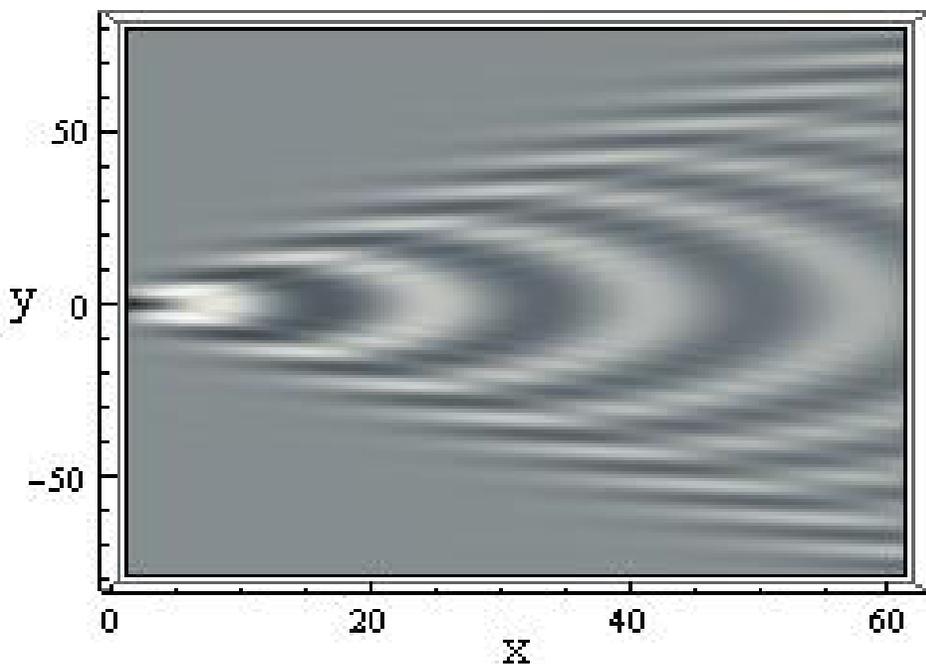
Волны первого типа

Вложенные внутри волновых клиньев криволинейные треугольники, обращенные вершиной к началу координат



Внутренние гравитационные волны в океане с течениями

Возвышение для волн двух типов



Угол полураствора клина волн второго типа всегда меньше, чем угол полураствора клина волн первого типа. Основной вклад в полное поле внутренних гравитационных волн вносят волновые моды первого типа, амплитуды волн второго типа в несколько раз меньше амплитуд волн первого типа.

Внутренние гравитационные волны в океане с течениями

Основные результаты

Решена задача о поле внутренних гравитационных волн в океане с фоновым сдвиговым течением

Для аналитического решения задачи использовано постоянное распределение частоты плавучести и линейная зависимость сдвигового течения от глубины

Получены аналитические выражения, описывающие дисперсионные зависимости, которые выражаются через модифицированную функцию Бесселя мнимого индекса

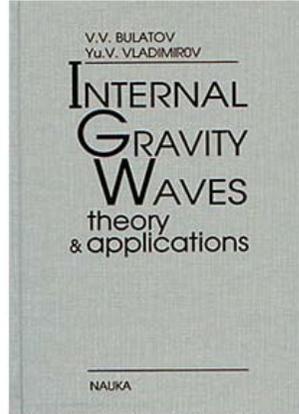
При выполнении условия устойчивости Майлса и больших числах Ричардсона для построения аналитических решений были использованы дебаевские асимптотики модифицированной функции Бесселя мнимого индекса

Подробно изучены свойства дисперсионного уравнения и исследованы основные аналитические свойства дисперсионных кривых двух различных типов

Основные публикации



Булатов В.В., Владимиров Ю.В.
Внутренние гравитационные волны в неоднородных средах.
М.: Наука, 2005. 195 с.
ISBN 5-02-033698-X



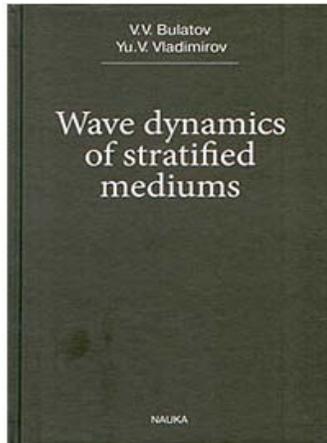
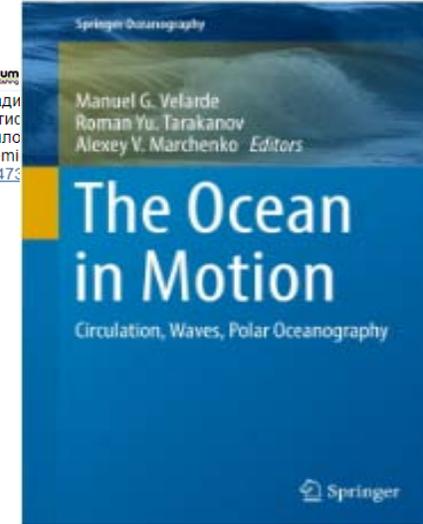
V.V. Bulatov, Yu.V. Vladimirov.
Internal gravity waves: theory and application
M.: Nauka, 2007. 304 с.
ISBN 978-5-02-035804-1



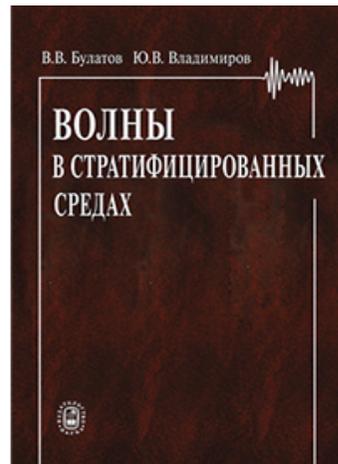
Булатов В.В., Владимиров Ю.В.
Динамика негармонических волновых пакетов в стратифицированных средах.
М.: Наука, 2010. 470 с.
ISBN 978-5-02-036981-8



Булатов В., Владимиров Ю.
Волновые движения стратифицированных сред: теория и приложения.
Saarbrücken: Palmarium Academic Publishing, 2018.
ISBN 978-3-8473-8473-8



V.V. Bulatov, Yu.V. Vladimirov.
Wave dynamics of stratified mediums.
M.: Nauka. 2012. 584 с.
ISBN 975-5-02-037506-2



Булатов В.В., Владимиров Ю.В.
Волны в стратифицированных средах.
М.: Наука, 2015. 735 с.
ISBN 978-5-02-039083-6



Булатов В.В., Владимиров Ю.В.
Новые задачи математической теории поверхностных волновых возмущений.
Киров: Международный центр научно-издательских проектов, 2017. 318 с.
ISBN 978-5-00090-125-0

В.В. Булатов, Ю.В. Владимиров

ТЕОРИЯ ВОЛНОВЫХ ДВИЖЕНИЙ НЕОДНОРОДНЫХ СРЕД
МОНОГРАФИЯ

Булатов В.В., Владимиров Ю.В.
Теория волновых движений неоднородных сред.
Киров: Международный центр научно-издательских проектов, 2017. 580 с.
ISBN 978-5-00090-116-8



V.V. Bulatov, Yu.V. Vladimirov.
A General Approach to Ocean Wave Dynamics Research: Modelling, Asymptotics, Measurements
M.: ОнтоПринт, 2019. 587 с.
ISBN 978-5-00121-132-7